Приложение 2 к РПД
Элементарная математика
44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)
направленность (профили)
Математика. Физика
Форма обучения – очная
Год набора – 2020

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

1. Общие сведения

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
3.	Направленность (профили)	Математика. Физика
4.	Дисциплина (модуль)	Б1.О.17.06 Элементарная математика
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2020

2. Перечень компетенций

ОПК-2: Способен участвовать в разработке основных и дополнительных образовательных программ, разрабатывать отдельные их компоненты (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий)

3. Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования

<table>
<tr><th rowspan="2">Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)</th><th rowspan="2">Формируемая компетенция</th><th colspan="3">Критерии и показатели оценивания компетенций</th><th rowspan="2">Формы контроля сформированности компетенций</th></tr>
<tr><th>Знать:</th><th>Уметь:</th><th>Владеть:</th></tr>
<tr><td>Арифметика</td><td>ОПК-2</td><td rowspan="6">– теоретические основы элементарной математики;
– понятия и утверждения, входящие в содержание дисциплины;
– алгоритмические и эвристические приемы решения задач;
– доказательства теорем;
– приемы конструирования различных учебно-исследовательских задач</td><td rowspan="6">– решать задачи по разделам курса;
– применять теоретический материал;
– творчески подходить к решению профессиональных задач;
– ориентироваться в нестандартных условиях и ситуациях;
– разрабатывать программу развития универсальных учебных действий средствами преподаваемых учебных дисциплин, в том числе с использованием ИКТ;
– осуществлять разработку программ учебных предметов: математики, алгебры, геометрии, в том числе программ дополнительного образования;
– анализировать возникающие проблемы</td><td rowspan="6">– навыками практического использования базовых математических знаний и методов;
– приемами правильного письменного и устного изложения решения задач;
– методами решения задач разного характера;
– умением разрабатывать планируемые результаты обучения и системы их оценивания, в том числе с использованием ИКТ</td><td rowspan="2">Активность на занятиях
Выполнение домашних заданий
Контрольная работа «Арифметика и комбинаторика»</td></tr>
<tr><td>Комбинаторика</td><td>ОПК-2</td></tr>
<tr><td>Тождественные преобразования</td><td>ОПК-2</td><td>Активность на занятиях
Выполнение домашних заданий
Контрольная работа «Тождественные преобразования»</td></tr>
<tr><td>Элементарные функции</td><td>ОПК-2</td><td>Активность на занятиях
Выполнение домашних заданий
Контрольная работа «Элементарные функции»</td></tr>
<tr><td>Планиметрия</td><td>ОПК-2</td><td rowspan="2">Активность на занятиях
Выполнение домашних заданий
Контрольная работа «Планиметрия и стереометрия»</td></tr>
<tr><td>Стереометрия</td><td>ОПК-2</td></tr>
</table>

Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы:

«неудовлетворительно» – 60 баллов и менее; «удовлетворительно» – 61-80 баллов; «хорошо» – 81-90 баллов; «отлично» – 91-100 баллов

4. Критерии и шкалы оценивания

4.1. Активность на занятиях

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за активность на занятии	0,2	0,6	0,8	1

4.2. Выполнение домашнего задания

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за выполненное домашнее задание	0,2	0,5	0,8	1

4.3. Контрольная работа

Процент правильно решенных заданий	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за выполнение контрольной работы	5	10	15	20

5. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

5.1. Типовое домашнее задание

Тема 1. Арифметика.

Пример 1. *(признак делимости на 9).* Для того чтобы число *x* делилось на 9, необходимо и достаточно, чтобы сумма цифр его десятичной записи делилась на 9.

Доказательство. Докажем сначала, что числа вида 10^n-1 делятся на 9.

$$10^n-1=\left(9\cdot 10^{n-1}+10^{n-1}\right)-1=\left(9\cdot 10^{n-1}+9\cdot 10^{n-2}+10^{n-2}\right)-1=\left(9\cdot 10^{n-1}+9\cdot 10^{n-2}+\ldots+10\right)-1=$$

$$=9\cdot 10^{n-1}+9\cdot 10^{n-2}+\ldots+9.$$

Каждое слагаемое полученной суммы делится на 9, значит, и число 10^n-1 делится на 9.

Пусть число $x=a_n\cdot 10^n+a_{n-1}\cdot 10^{n-1}+\ldots+a_1\cdot 10+a_0$ и $\left(a_n+a_{n-1}+\ldots+a_1+a_0\right)\vdots 9$.

Докажем, что тогда $x\vdots 9$.

Преобразуем сумму $a_n\cdot 10^n+a_{n-1}\cdot 10^{n-1}+\ldots+a_1\cdot 10+a_0$, прибавив и вычтя из нее выражение $a_n+a_{n-1}+\ldots+a_1+a_0$ и записав результат в таком виде:

$$x=\left(a_n\cdot 10^n-a_n\right)+\left(a_{n-1}\cdot 10^{n-1}-a_{n-1}\right)+\ldots+\left(a_1\cdot 10^1-a_1\right)+\left(a_0-a_0\right)+\left(a_n+a_{n-1}+\ldots+a_1+a_0\right)=$$

$$=a_n\cdot\left(10^n-1\right)+a_{n-1}\cdot\left(10^{n-1}-1\right)+\ldots+a_1\cdot\left(10-1\right)+\left(a_n+a_{n-1}+\ldots+a_1+a_0\right).$$

В последней сумме каждое слагаемое делится на 9: $a_n\cdot\left(10^n-1\right)\vdots 9$, так как $\left(10^n-1\right)\vdots 9$, $a_{n-1}\cdot\left(10^{n-1}-1\right)$, так как $\left(10^{n-1}-1\right)\vdots 9$ и т.д. $a_1\cdot\left(10-1\right)\vdots 9$, так как $\left(10-1\right)\vdots 9$, $\left(a_n+a_{n-1}+\ldots+a_1+a_0\right)\vdots 9$ по условию. Следовательно, $x\vdots 9$.

Докажем обратное, т.е. если $x\vdots 9$, то сумма цифр его десятичной записи делится на 9. .

Равенство $x=a_n\cdot 10^n+a_{n-1}\cdot 10^{n-1}+\ldots+a_1\cdot 10+a_0$ запишем в таком виде:

$$a_n+a_{n-1}+\ldots+a_1+a_0=x-\left(a_n\cdot\left(10^n-1\right)+a_{n-1}\cdot\left(10^{n-1}-1\right)+\ldots+a_1\cdot\left(10-1\right)\right).$$

Так как в правой части этого равенства и уменьшаемое, и вычитаемое кратны 9, то по теореме о делимости разности $\left(a_n+a_{n-1}+\ldots+a_1+a_0\right)\vdots 9$, т.е. сумма цифр десятичной записи числа *x* делится на 9, что и требовалось доказать.

Пример 2. Доказать, что для любого натурального числа истинно утверждение: $\left(8^n+6\right)\vdots 7$.

1) Убедимся, что данное утверждение истинно для n = 1. Имеем: $\left(8^1+6\right)=14$, но 14 кратно 7. Следовательно, для n = 1 данное утверждение истинно.

2) Предположим, что данное утверждение истинно для $n=k$, т.е. $\left(8^{k+1}+6\right)\vdots 7$. Исходя из этого предположения, докажем, что оно истинно и для $n=k+1$, т.е. $\left(8^{k+1}+6\right)\vdots 7$.

Преобразуем выражение $8^{k+1}+6$ к виду $8^k\cdot 8+6$. Если к нему прибавить, а затем вычесть произведение

$8\cdot 6$, то получим $8^k\cdot 8+6+8\cdot 6-8\cdot 6=8\cdot\left(8^k+6\right)-42$. В полученном выражении уменьшаемое $8\cdot\left(8^k+6\right)$ кратно 7, так как 8^k+6 кратно 7 по предположению. Число 42 также делится на 7, следовательно, вся разность кратна 7.
Таким образом, данное утверждение истинно для n = 1 и из истинности его для $n=k$ следует истинность для $n = k + 1$. Тем самым доказано, что данное равенство истинно для любого натурального числа.

Тема 2. Комбинаторика.
<u>Пример 1.</u> Слова и фразы с переставленными буквами называют анаграммами. Сколько анаграмм можно составить из слова «кукушка»?

Решение. $\overset{\circ}{P}_{3,2,1,1}=\dfrac{7!}{3!\cdot 2!}=\dfrac{4\cdot 5\cdot 6\cdot 7}{2}=420$

<u>Пример 2.</u> В классе изучают 9 предметов. Сколько существует способов составить расписание на понедельник, если в этот день должно быть 6 разных предметов?

Решение. $A_9^6=9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot 5\cdot 4=60\,480$

<u>Пример 3.</u> В хоре 6 девушек и 4 юношей. Сколькими способами можно выбрать из состава хора двух девушек и одного юношу для участия в выступлении на празднике?

Решение. $C_6^2\cdot C_4^1=60$

Тема 3. Тождественные преобразования.
<u>Пример 1.</u> Решить уравнение: $\log_{x+2}\left(\log_2\left(\log_{x+3}\left(11x^2+46x+48\right)\right)\right)=0$

$$ОДЗ:\begin{cases}x+2>0\\x+3>0\\x+2\neq 1\\x+3\neq 1\\11x^2+46x+48>0\\\log_{x+3}\left(11x^2+46x+48\right)>0\\\log_2\left(\log_{x+3}\left(11x^2+46x+48\right)\right)>0\end{cases}\qquad\begin{cases}x>-2\\x>-3\\x\neq -1\\x\neq -2\end{cases}\qquad\begin{cases}x>-2\\x\neq -1\end{cases}$$

$\log_{x+2}\left(\log_2\left(\log_{x+3}\left(11x^2+46x+48\right)\right)\right)=\log_{x+2}1;\quad \log_2\left(\log_{x+3}\left(11x^2+46x+48\right)\right)=1;$

$\log_{x+3}\left(11x^2+46x+48\right)=2;\qquad 11x^2+46x+48=\left(x+3\right)^2$

$11x^2+46x+48=x^2+6x+9$

$10x^2+40x+39=0$

$\dfrac{D}{4}=400-10\cdot 39=10\qquad x_1=\dfrac{-20-\sqrt{10}}{10}\qquad x_2=\dfrac{-20+\sqrt{10}}{10}$

$Проверка:\ -2-\dfrac{\sqrt{10}}{10}+2<0\quad не\ уд.\ условию 1,\quad -2+\dfrac{\sqrt{10}}{10}+2>0\quad уд.\ усл.\quad -2+\dfrac{\sqrt{10}}{10}+2\neq 1\ и\ +3\neq 1$

$11\cdot\dfrac{400-40\sqrt{10}+10}{100}+46\left(-2+\dfrac{\sqrt{10}}{10}\right)+48>0,\qquad 11\cdot\dfrac{410-40\sqrt{10}}{100}-92+\dfrac{46\sqrt{10}}{10}+48>0$

Ответ: $\dfrac{\sqrt{10}-20}{10}$.

<u>Пример 2.</u> Решить уравнение: $5\cdot\sin x-12\cdot\cos x=13$

Решение. $A=5,\qquad B=-12,\qquad C=\sqrt{25+144}=13$

$5\cdot\sin x-12\cdot\cos x=13\left(\dfrac{5}{13}\cdot\sin x-\dfrac{12}{13}\cdot\cos x\right)$

Введем вспомогательный аргумент t:

$$\cos t = \frac{5}{13}, \qquad \sin t = \frac{12}{13}, \qquad t = \arcsin\frac{12}{13}$$

$$\frac{5}{13}\cdot\sin x - \frac{12}{13}\cdot\cos x - \sin x\cdot\cos t - \cos x\cdot\sin x = \sin(x-t)$$

$$5\cdot\sin x - 12\cdot\cos x = 13\cdot\sin(x-t)$$

$$13\cdot\sin(x-t) = 13,$$

$$\sin(x-t) = 1$$

$$x - t = \frac{\pi}{2} + 2\cdot\pi\cdot n, \qquad x = t + \frac{\pi}{2} + 2\cdot\pi\cdot n, \qquad t = \arcsin\frac{12}{13}$$

Ответ: $x = \arcsin\frac{12}{13} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \qquad n \in Z$

Тема 4. Элементарные функции.

<u>Пример 1.</u> Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 5x^2 + 3x - 7$.

Решение: $y = 5x^2 + 3x - 7 = 5\left(x^2 + \frac{3}{5}x\right) - 7 = 5\left(\left(x^2 + 2\cdot\frac{3}{2\cdot 5}x + \frac{9}{100}\right) - \frac{9}{100}\right) - 7 =$

$= 5\left(x^2 + 2\cdot\frac{3}{10}x + \frac{9}{100}\right) - \frac{9}{20} - 7 = 5\left(x + \frac{3}{10}\right)^2 - 7\frac{9}{20} \geq -7\frac{9}{20}$.

Значит, наименьшее значение функции равно $-7\frac{9}{20}$, оно достигается в точке $x = -\frac{3}{10}$.

Так как функция не ограничена сверху, то наибольшего значения она не имеет.

Ответ: $\min\limits_{R} y = -7\frac{9}{20}$, наибольшего значения не существует.

<u>Пример 2.</u> Докажите, что функция $y = \sqrt{x+2}$ является возрастающей функцией.

Решение: Область определения функции есть множество $[-2;+\infty)$.

Пусть $-2 \leq x_1 < x_2$.

Покажем, что и $y_1 < y_2$, т.е. $\sqrt{x_1+2} < \sqrt{x_2+2}$.

$$\sqrt{x_1+2} - \sqrt{x_2+2} = \frac{\left(\sqrt{x_1+2} - \sqrt{x_2+2}\right)\left(\sqrt{x_1+2} + \sqrt{x_2+2}\right)}{\left(\sqrt{x_1+2} + \sqrt{x_2+2}\right)} = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{x_1+2} + \sqrt{x_2+2}} < 0,$$

Так как, числитель $x_1 - x_2 < 0$, а знаменатель больше нуля, то вся дробь меньше нуля.

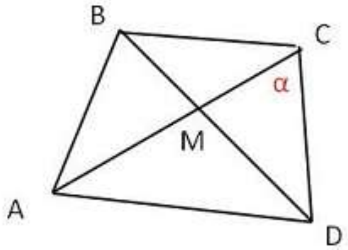
Значит, $\sqrt{x_1+2} < \sqrt{x_2+2}$.

Следовательно, функция $y = \sqrt{x+2}$ является возрастающей на всей области определения.

Тема 5. Планиметрия.

<u>Пример 1.</u> Диагонали четырехугольника *ABCD,* вершины которого расположены на окружности пересекаются в точке *M*. Известно, что $\angle ABC = 72^0$, $\angle BCD = 102^0$, $\angle AMD = 110^0$ Найдите $\angle ACD$.

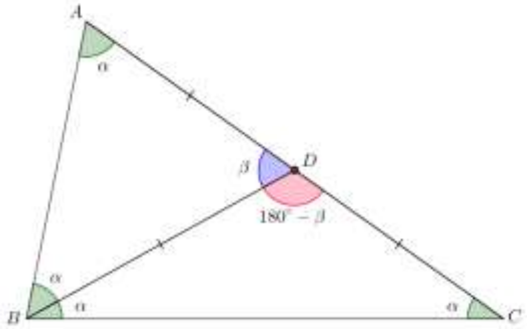
Решение:



Обозначим для удобства искомый угол α,
тогда ∠ ACB = 102^0 – α ⇒ ∠ BDA = 102^0 – α
(∠ ACB =∠BDA как вписанные, опирающиеся на одну дугу);
∠ABD = α.
В Δ AMD ∠ MAD = 180^0 – 110^0 – 102^0 + α = α – 32^0 ⇒
∠ DBC = α – 32^0.
∠ ABC = 72^0 и ∠ ABC = ∠ ABD + ∠ DBC ⇒ α + α – 32^0 = 72^0 ⇒
2α = 104^0 ⇒ α = 52^0.

Ответ: $\angle ACD = 52^0$

Пример 2. В треугольнике ABC медиана BD равна половине стороны AC. Найдите угол B треугольника.



Решение. По условию медиана $BD = \frac{1}{2}AC$, следовательно, $BD = AD = DC$.

Рассмотрим треугольник ADB, в нем $BD = AD$. Значит, ΔADB – равнобедренный.

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны: $\angle ABD = \angle BAD = \alpha$.

Аналогично в равнобедренном ΔBDC: $\angle DBC = \angle DCB = \alpha$

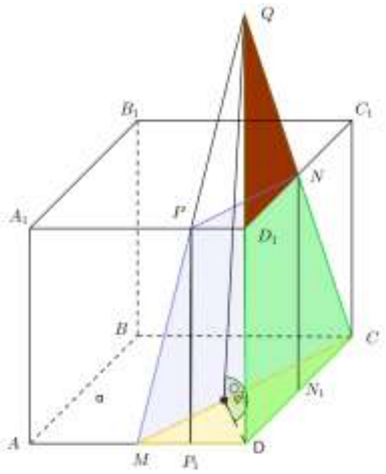
Сумма углов треугольника ADB: $2\alpha + \beta = 180°$. По теореме о внешнем угле треугольника: $\beta = \alpha + \alpha$. Значит, $2\alpha + 2\alpha = 180°$, т.е. $\alpha = 45°$, а $\angle ABC = 2\alpha = 90°$.

Ответ: $90°$.

Тема 6. Стереометрия.

Пример 1. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром равным a. Точка M - середина ребра AD, точка N - середины ребра C_1D_1. Найти площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точки M, N, C.

Решение. Построим сечение куба плоскостью, проходящей через точки M, N и C Соединим вначале точки M и C, поскольку они лежат в одной плоскости ABC (факт 1). Затем соединим точки C и N, так как они лежат в одной плоскости DD_1C_1. Так как прямые CN и DD_1 лежат в плоскости DD_1C_1 и не параллельны, то они пересекаются в точке Q. Точка Q принадлежит не только плоскости DD_1C_1, но и плоскости грани AA_1D_1 (как и точка M), поэтому, соединив M и Q (факт 1), получим на ребре A_1D_1 принадлежащую сечению точку P. В завершение построения соединим в грани верхнего основания куба точки P и N (факт 1).



Плоскости оснований куба параллельны друг другу. Значит, по свойству параллельных плоскостей (факт 3) $MC \parallel PN$. Далее, поскольку прямые MP и CN пересекаются в точке Q, то стороны MP и CN четырехугольника $MPNC$ не параллельны.

Таким образом, сечением куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является трапеция $MPNC$.

Для нахождения площади сечения построим вначале линейный угол двугранного угла $DMCQ$. Для этого в прямоугольном треугольнике MCD опустим перпендикуляр DO к гипотенузе MC. Соединим точку O и Q. Тогда QO - наклонная к плоскости ABC, DO -проекция наклонной QO и $MC \perp DO$. Следовательно, по теореме о трех перпендикулярах, $MC \perp QO$. Значит $\angle QOD = \varphi$ - линейный угол двугранного угла $DMCQ$.

Вычислим теперь косинус угла φ между плоскостью сечения и нижним основанием куба. Для этого рассмотрим вначале прямоугольный треугольник MCD. По теореме Пифагора

$MC=\sqrt{MD^2+DC^2}=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$. Для нахождения высоты DO прямоугольного треугольника MCD воспользуемся формулой $DO=\frac{MD\cdot DC}{MC}=\frac{a}{\sqrt{5}}$.

Далее рассмотрим подобные прямоугольные треугольники CDQ и ND_1Q. Так как точка N -середина ребра C_1D_1, то $DQ=2DD_1=2a$.

Рассмотрим, наконец, прямоугольный треугольник QOD. По теореме Пифагора $QO=\sqrt{DQ^2+DO^2}=\sqrt{4a^2+\frac{a^2}{5}}=\frac{a\sqrt{21}}{\sqrt{5}}$. Откуда $\cos\varphi=\frac{DO}{QO}=\frac{1}{\sqrt{21}}$.

Опустим перпендикуляры PP_1 и NN_1 на плоскость ABC. Четырехугольник MP_1N_1C является ортогональной проекцией трапеции $MPNC$ на плоскость ABC. Так как $PN\parallel MC$ и $PN\parallel P_1N_1$ (факт 3), то $P_1N_1\parallel MC$, а значит, четырехугольник MP_1N_1C - трапеция.

Найдем площадь трапеции MP_1N_1C. Очевидно, что $S_{MP_1N_1C}=S_{\triangle MCD}-S_{\triangle P_1N_1D}$. Прямоугольные треугольники MCD и P_1N_1D подобны, так как $\angle P_1N_1D=\angle MCD$ (как соответственные). Точка N_1 - середина ребра CD, значит, коэффициент подобия треугольников MCD и P_1N_1D равен 2.

Поэтому $S_{MP_1N_1C}=S_{\triangle MCD}-\frac{S_{\triangle MCD}}{4}=\frac{a^2}{4}-\frac{a^2}{16}=\frac{3a^2}{16}$.

По теореме о площади ортогональной проекции многоугольника получим: $S_{MPNC}=\frac{S_{MP_1N_1C}}{\cos\varphi}=\frac{3a^2\sqrt{21}}{16}$.

Ответ: $\frac{3a^2\sqrt{21}}{16}$.

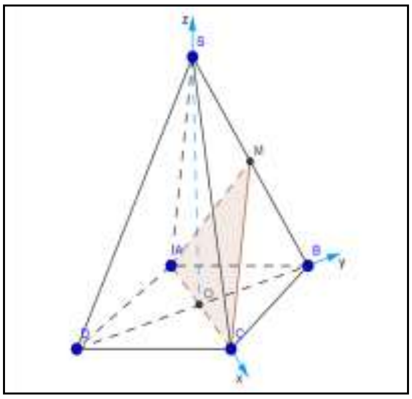
Пример 2. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ (S - вершина) боковое ребро равно 18, а высота пирамиды равна $8\sqrt{5}$. Найдите площадь сечения этой пирамиды плоскостью, проходящей через прямую AC и середину M ребра SB.

Решение. Сечением является треугольник AMC. Для нахождения его площади введем прямоугольную систему координат с началом в точке O, направив оси так, как показано на рисунке.

Из прямоугольного треугольника SOC вычислим $OC=\sqrt{SC^2-SO^2}=2$. Тогда координаты вершин треугольника AMC будут следующие: $A(-2;0;0), C(2;0;0), M(0;1;4\sqrt{5})$. Отсюда $\overline{AC}=\{4;0;0\}$, $\overline{AM}=\{2;1;4\sqrt{5}\}$. Длины векторов: $|\overline{AC}|=4$, $|\overline{AM}|=\sqrt{4+1+4\cdot 5}=\sqrt{85}$.

Найдем косинус угла α между векторами $\overline{AC}$ и $\overline{AM}$:

$$\cos\alpha=\frac{\overline{AC}\cdot\overline{AM}}{|\overline{AC}|\cdot|\overline{AM}|}=\frac{4\cdot 2+0\cdot 1+0\cdot 4\sqrt{5}}{4\cdot\sqrt{2^2+1^2+(4\sqrt{5})^2}}=\frac{2}{\sqrt{85}}.$$



Найдем синус этого угла: $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \dfrac{9}{\sqrt{85}}$ (синус угла между любыми векторами всегда неотрицателен!).

Вычислим площадь треугольника AMC:

$$S_{AMC} = \frac{1}{2}\cdot|\overline{AC}|\cdot|\overline{AM}|\cdot\sin\alpha = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot\sqrt{85}\cdot\frac{9}{\sqrt{85}} = 18.$$

Ответ: 18.

5.2. Типовые контрольные работы

Контрольная работа «Арифметика и комбинаторика»

1. В группе 20 студентов. Необходимо выбрать из их числа старосту, заместителя старосты и члена совета факультета. Сколькими способами можно осуществить этот выбор, если один студент может занимать только одну должность?
2. Решить уравнение: $C_m^3 = \frac{4}{15}C_{m+2}^4$
3. Преобразовать десятичные дроби в несократимые обыкновенные: а) $6{,}5(8)$; б) $0{,}(35)$.
4. Сколько различных экзаменационных комиссий, состоящих из 5 членов, можно образовать из 10 преподавателей?
5. Найдите все числа вида $\overline{7x8y2}$, делящиеся на 36.

Ключ

№ вопроса	Правильные ответы
1	6840
2	$m=4,\ m=8$
3	а) $6\frac{53}{90}$, б) $\frac{35}{99}$
4	$C_{10}^5 = 252$
5	70812, 79812, 77832, 75852, 73872, 71892

Контрольная работа «Тождественные преобразования»

1. Выражение $\dfrac{sin\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)+cos(\pi+\alpha)}{sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}$ тождественно равно выражению …
2. Значение выражения $\dfrac{4^{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}}{2^{\left(\sqrt{2}+1\right)^2}4^{2-3\sqrt{2}}}$ равно …
3. Значение выражения $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}\sqrt[5]{\frac{2}{3}\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^{-8}}}$ равно …
4. Значение выражения $log_{log_2\sqrt{2}}\left(log_{\sqrt{6}}36\right)+2$ тождественно равно …
5. Значения выражений x^4+3 и $11x^2-15$ тождественно равны, если x равен …

Ключ

№ вопроса	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Правильные ответы	-2	0,5	1	0	$-\sqrt{2}; \sqrt{2}; -3; 3$

Контрольная работа «Элементарные функции»

1. Найти область определения функций: $f(x)=\dfrac{x-2}{(x-2)(x+5)}-\sqrt{36-x^2}+log_2 x$.

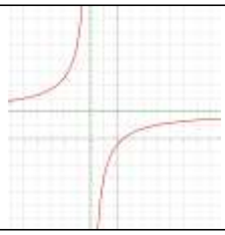
2. Найти множество значений функции: $y=1-\dfrac{5}{x^2+2}$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=-x^2+4x+3$ на отрезке $[-1;3]$.

4. Докажите, что при $x\geq 3$ функция $y=\dfrac{x^2+5}{x}$ является возрастающей.

5. Построить график функции $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ путем преобразований.

Ключ

№ вопроса	Правильные ответы
1	$D(y)=(0;2)\cup(2;6]$
2	$E(y)=\left[-\dfrac{3}{2};1\right)$
3	$\min\limits_{[-1;3]} y=-2$, $\max\limits_{[-1;3]} y=7$
4	при $3\leq x_1<x_2$ и $y_1<y_2$, т.к. $\dfrac{x_1^2+5}{x_1}<\dfrac{x_2^2+5}{x_2}$
5	$y=-\dfrac{5}{x+2}+2$ 

Контрольная работа «Планиметрия и стереометрия»

1. Отрезки *AB* и *CD* являются хордами окружности. Найдите длину хорды *CD*, если *AB* = 18, а расстояния от центра окружности до хорд *AB* и *CD* равны соответственно 12 и 9.
2. В треугольнике *ABC* известны длины сторон *AB* = 36, *AC* = 48, точка *O* — центр окружности, описанной около треугольника *ABC*. Прямая *BD*, перпендикулярная прямой *AO*, пересекает сторону *AC* в точке *D*. Найдите *CD*.
3. Площадь треугольника АВС равна 1. На сторонах АВ, ВС, СА, взяты соответственно точки A_1, B_1, C_1 так, что $AA_1 : A_1B = 1:2$, $BB_1 : B_1C = 1:3$, точка C_1 делит сторону АС пополам. Найдите площадь треугольника $A_1B_1C_1$.
4. Окружность пересекает стороны *AB* и *AC* треугольника *ABC* в точках *K* и*P* соответственно и проходит через вершины *B* и *C*. Найдите длину отрезка *KP*, если *AK* = 18, а сторона *AC* в 1,2 раза больше стороны *BC*.
5. Окружность, вписанная в треугольник *ABC* , касается его сторон в точках *M, K* и *P*. Найдите углы треугольника *ABC*, если углы треугольника *MKP* равны 49°, 69° и 62°.
6. В одном основании прямого кругового цилиндра с высотой 3 и радиусом основания 8 проведена хорда *AB*, равная радиусу основания, а в другом его основании проведён диаметр *CD*, перпендикулярный *AB*. Построено сечение *ABNM*, проходящее через прямую *AB* перпендикулярно прямой *CD* так, что точка *C* и центр основания цилиндра, в котором проведён диаметр *CD*, лежат с одной стороны от сечения. Докажите, что диагонали этого сечения равны между собой. Найдите объём пирамиды *CABNM*.
7. В основании четырёхугольной пирамиды *SABCD* лежит прямоугольник *ABCD* со сторонами *AB* = 4 и *BC* = 3. Длины боковых рёбер пирамиды $SA=\sqrt{11}$, $SB=3\sqrt{3}$, $SD=2\sqrt{5}$. Докажите, что *SA* — высота пирамиды. Найдите угол между прямой *SC* и плоскостью *ASB*.

Ключ

№ вопроса	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
Правильные ответы	24	21	$\frac{7}{24}$	15	82°, 42°, 56°	$64+32\sqrt{3}$	30°

1.3. Вопросы к экзамену

5 семестр

1. Делимость и ее основные свойства. Примеры.
2. Простые и составные числа. Примеры.
3. Признаки делимости. Примеры задач.
4. НОК и НОД чисел, их свойства. Примеры.
5. Алгоритм Евклида. Примеры.
6. Метод математической индукции. Пример.
7. Методы решения арифметических задач.
8. Принцип Дирихле. Примеры задач, решаемых с помощью принципа Дирихле.
9. Уравнения, неравенства, системы: общие методы решения. Примеры.
10. Алгебраические уравнения и неравенства: специальные методы решения. Примеры.
11. Бином Ньютона.
12. Комбинаторное правило умножения.
13. Комбинаторное правило сложения.
14. Основная задача комбинаторики.
15. Сочетания, размещения и перестановки без повторений.
16. Сочетания, размещения и перестановки с повторениями.
17. Комбинаторные задачи на вычисление вероятности.
18. Комбинаторные тождества.

6 семестр

1. Тождественные преобразования целых и рациональных выражений.
2. Тождественные преобразования тригонометрических, показательных и логарифмических выражений.
3. Тождественные преобразования выражений, содержащих обратные тригонометрические функции.
4. Тождественные преобразования выражений, содержащих радикалы.
5. Функции. Свойства функций. Примеры.
6. Графики функций. Различные способы построения графиков. Примеры.
7. Преобразование графиков функций.
8. Линейная функция, ее свойства и график.
9. Квадратичная функция, ее свойства и график.
10. Степенные функции, свойства и графики.
11. Тригонометрические функции, свойства и графики.
12. Показательная функция, ее свойства и график.
13. Логарифмическая функция, ее свойства и график.
14. Исследование функций элементарными методами.
15. Трансцендентные уравнения и неравенства: специальные методы решения. Примеры.
16. Решение методом уравнений и неравенств текстовых сюжетных задач. Примеры.

7 семестр

1. Геометрические фигуры и их свойства. Примеры
2. Понятия и теоремы элементарной геометрии
3. Треугольники и четырехугольники, классификация, свойства и признаки
4. Окружности. Вписанные и описанные треугольники и четырехугольники
5. Площади
6. Подобие фигур
7. Основные методы решения геометрических задач на вычисление
8. Вычисление площадей поверхностей и объемов пространственных тел
9. Основные методы решения геометрических задач на доказательство
10. Геометрические построения на плоскости
11. Геометрические построения в пространстве
12. Взаимное расположение прямых, точек и плоскостей в пространстве
13. Параллельность и перпендикулярность на плоскости и в пространстве

14. Прямые и плоскости в пространстве
15. Угол между скрещивающимися прямыми
16. Расстояние от точки до прямой, до плоскости и расстояние между скрещивающимися прямыми.
17. Угол между прямой с плоскостью. Угол между плоскостями.
18. Многогранники и круглые тела.
19. Построение сечений многогранников. Площади сечений.
20. Площади поверхностей и объемы многогранников.